16/9/14

3. Risultato fondamentale Teoria Strato Limite normalità alla superficie

Il risultato fondamentale della TSL è $\frac{dP}{dy} = 0$ cioè la pressione è costante lungo lo spessore dello strato limite è costante

Dimostrazione

Bilancio di massa $\operatorname{Div} \vec{V} = 0$

Bilancio q. moto $\frac{D\vec{V}}{Dt} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{V}\cdot\nabla\vec{V} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu \Delta \vec{V}$

$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$

$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} + \nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)$

$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial y} + \nu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)$

v ordine 0 rispetto per la V lungo x - $\frac{\delta}{L} \ll 1$ $T \simeq \frac{L}{U}$

V " " " V " " y -

L " " lungo " " x -

δ " " " " y $\frac{T\delta}{L}$

$\frac{U}{L} + \frac{V}{\delta} = 0 \Rightarrow \frac{U}{L} \simeq \frac{V}{\delta} \Rightarrow U \simeq V\frac{L}{\delta}$ è molto più grande di V

$\frac{U^2}{L} + \frac{U^2}{L} + \left(\nu\frac{U}{\delta}\right) = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} + \nu\left(\frac{U}{L^2} + \frac{U}{\delta^2}\right)$ piccolo

$\frac{U^2}{L}$

$\nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) \sim \frac{U^2}{L} \Rightarrow \nu\frac{U}{\delta^2} \simeq \frac{U^2}{L} \Rightarrow \nu \simeq \frac{\delta^2 U}{L}$

$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} \simeq \frac{U^2}{L} \Rightarrow \frac{\partial P}{\partial x} \simeq \rho\frac{U^2}{L}$ ordine lungo

master COPY COPISTERIA

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + \nu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)$$

$$\left(\frac{V}{T}\right) \rightarrow \left(\frac{V^2}{L}\right) \rightarrow \frac{U^2\delta}{L^2}$$

$$U\frac{V}{L} \sim U\frac{U\delta}{L^2}$$

$$V\frac{V}{\delta} \sim \frac{U^2\delta}{L^2}$$

$$\nu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) \simeq \nu\left(\frac{V}{L^2} + \frac{V}{\delta^2}\right)$$ non ci interessa

$$\frac{\partial p}{\partial y} \simeq \rho\frac{U^2\delta}{L^2}$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} \simeq \rho\frac{U^2}{L}$$

$$\rightarrow \frac{\partial p}{\partial y} \simeq \rho\frac{U^2}{L}\frac{\delta}{L} \simeq \frac{\partial p}{\partial x}\frac{\delta}{L} \ll 1$$

Quindi

3) Momento aerodinamico

$$\vec{M}_c = -\int_S (C-P)\wedge P\vec{n}\,dS + \int_S (C-P)\wedge\vec{\tau}_n\,dS$$

Il momento aerodinamico è il momento risultante delle forze agenti sul corpo è calcolato rispetto al C centro aerodinamico, punto rispetto al quale se ne calcola il momento di beccheggio.

Punto

$$C_{M_c} = \frac{M_c}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 c^2}$$

U_∞ velocità asintotica
M_c momento aerodinamico
c corda

$$C = \frac{c}{4}$$

master copy COPISTERIA 050/8512288 3819837745

6) Flusso 2D $\rho = cost$ Re alta parete caso → EQUAZ. STATO classico
Equazione Strato limite con i vari prodotti. Mi accenno che poi alla seguente
Eppoi alle tabelle alla seguente

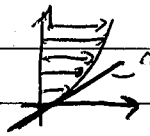
Le equazioni dello strato limite sono

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

$\boxed{\frac{\partial P}{\partial y} = 0}$; $P(x,y) = P_e(x,y)$ Le trovo con Bernoulli

Vale il modello di Flusso Newtoniano $\tau = \mu \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0}$



Condizioni al bordo: alla parete

$y = 0 \Rightarrow u(x,0) = v(x,0) = 0$

$y = \delta(x) \Rightarrow \vec{v}(x, \delta(x)) = \vec{v}_e(x)$

Appena al bordo ho la vorticità

$$\vec{\omega} = \text{ROT}\vec{v} = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \simeq 0$$

$$\frac{\vec{v}}{L} \simeq \frac{v}{\delta}$$ Espressione

Lo spessore di strato limite è la distanza entro la quale la velocità è costante

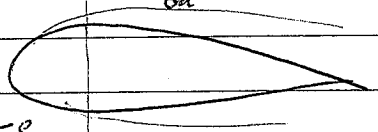
Lo spessore di spostamento $\delta^*(x) = \int_0^{\delta(x)} \left(1 - \frac{u(x,y)}{v_e(x)}\right) dy$

Spesso che devo aggiungere alla parete per avere un profilo
corrispondente con tutto lo strato limite con $v = cost$.

$$\Theta(x) = \int_0^{\delta(x)} \frac{u(x,y)}{v_e(x)}\left(1 - \frac{u(x,y)}{v_e(x)}\right) dy$$

Corpo in figura

$\frac{dP^e}{dx} < 0$ $\quad \frac{dv^e}{dx} < 0$



$\frac{dv^e}{dx} > 0$ $\quad \frac{dP}{dx} > 0$

Equazione di Navier-Stokes nel sistema di riferimento locale

Gli ordini relativi. Ricordo ora l'ordine di grandezza

- Velocità di flusso $V \sim \frac{v\delta}{L} \Rightarrow V << v$
- Velocità di trascinamento $\sim v$ $\quad \frac{v^2}{L}$

Calcolo il flusso di accelerazione trasversale $\frac{v^2}{R_c}$ raggio di curvatura

per strato limite deve essere $\sim \frac{L^2}{\delta} \Rightarrow R_c$ grande

Equazioni di strato limite

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{dP_e(x)}{dx} + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \end{cases}$$

Proprietà del corpo della lastra piana che un profilo alare

Facciamo un calcolo e non

$$\frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial u}{\partial x} \quad \text{integro}$$

$$\int_0^{\delta(x)} \frac{\partial v}{\partial y} dy = -\int_0^{\delta(x)} \frac{\partial u}{\partial x} dy$$

$$v(\delta(x)) = -\int_0^{\delta(x)} \frac{\partial u}{\partial x} dy \quad \text{Formula della sottrazione}$$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

1°	2°
$\frac{dP^e(x)}{dx} < 0$	$\frac{dP^e(x)}{dx} > 0$
$\frac{dU^e(x)}{dx} > 0$	$\frac{dU^e}{dx} < 0$

Se la U^e cresce $\Rightarrow$ u cresce dentro lo strato limite

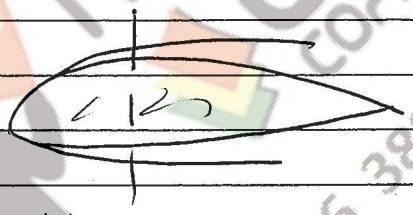
$\frac{dU^e}{dx} > 0$	$\frac{dU^e}{dx} < 0$
$\Downarrow$	$\Downarrow$
$\frac{du}{dx} > 0 \quad \forall y$	$\frac{\partial u}{\partial y} \geq 0 \quad \forall y$

Nella prima parte $v(\delta(x)) < 0$ — Nella seconda parte $v(\delta(x)) > 0$

ha velocità normale allo — ha velocità uscente dallo

strato limite — strato limite

con della linea pari a δx



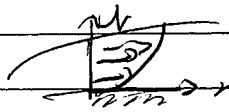
1° Esempio cresciuta propria

2° Esempio pura profilo

Equazione di Bilancio di Quantità di Moto in direzione x lungo $y=0$

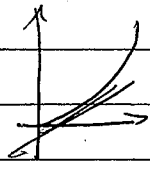
$u=0$ per ipotesi

$v=0$



$$\nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)\Big|_{y=0} = \frac{1}{\rho}\frac{dP^e(x)}{dx}$$

$$\frac{dP^e}{dx} = 0 \Rightarrow \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)_{y=0} = 0$$



Profilo di velocità pura retta

master COPY COPISTERIA 050/8312126 388/9837745